

中图分类号: R445.2 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2011)02-0179-06

论文索引信息: 郭红宇, 戴建平, 何砚发. 基于迭代的 PROPELLER MRI 重建算法[J]. 中国图象图形学报, 2011, 16(2): 179-184

# 基于迭代的 PROPELLER MRI 重建算法

郭红宇<sup>1),4)</sup>, 戴建平<sup>2)</sup>, 何砚发<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup>(东北大学中荷生物医学与信息工程学院, 沈阳 110004) <sup>2)</sup>(北京天坛医院, 北京 100050)

<sup>3)</sup>(东北大学理学院, 沈阳 110004) <sup>4)</sup>(沈阳工业大学电气工程学院, 沈阳 110023)

**摘要:** PROPELLER 是磁共振成像中能消除运动伪影的一种新的采集技术。对于 PROPELLER 的重建, 传统的卷积网格方法由于需要优化大量参数和采样密度补偿过程, 重建图像的质量很难得到保证。本文提出使用迭代重建的方法进行 PROPELLER 的重建, 通过加权预条件共轭梯度算法, 迭代最小化代价函数, 从而得到重建图像。为了提高速度, 在每步迭代中, 使用 NUFFT 计算矩阵-向量乘法。通过仿真数据和实际扫描数据比较验证, 迭代算法相比卷积网格化方法提高了重建图像信噪比, 消除了振铃伪影, 并提高了图像的均匀性。

**关键词:** 磁共振; 卷积网格; PROPELLER; 迭代方法

## Iterative reconstruction method for PROPELLER MRI

Guo Hongyu<sup>1),4)</sup>, Dai Jianping<sup>2)</sup>, He Yanfa<sup>3)</sup>

<sup>1)</sup>(Sino-Dutch Biomedical and Information Engineering School of Northeastern University, Shenyang 110004 China)

<sup>2)</sup>(Beijing Tiantan Hospital, Beijing 100050 China) <sup>3)</sup>(School of Physics Northeast University, Shenyang 110004 China)

<sup>4)</sup>(School of Electrical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110023 China)

**Abstract:** PROPELLER (periodically rotated overlapping parallel lines with enhanced reconstruction) is a new acquisition technique which can efficiently reduce motion artifacts in MRI imaging. Convolution gridding method usually necessitates lots of parameters optimization and a sampling density compensation step, so the quality of the reconstructed image cannot be ensured. In the paper, an iterative method is applied to reconstruct images for PROPELLER MRI. In the method, a cost function is iteratively minimized by using weighted pre-conditioned conjugate gradient algorithm. In order to improve computation, NUFFT (nonuniform fast Fourier transformation) is used to computing matrix-vector multiplication. Experimental comparison was made by using both digital phantom data and experimental PROPELLER imaging data. The results showed that the iterative method can improve signal to noise ratio of images and reduce ring artifacts of images in comparison with convolution gridding method. The homogeneity of images can be improved as well.

**Keywords:** magnetic resonance imaging; convolution gridding; PROPELLER; iterative method

## 0 引言

磁共振成像(MRI)由于它的无辐射,分辨率高,多方位、多参数等优点,在临床上已得到广泛使用。但是由于它相对长的扫描时间,使得扫描过程中病人的自主和不自主运动很难避免。而病人的运动会

在重建后的图像上产生伪影和造成图像模糊,严重影响医生的诊断。因此消除运动伪影一直是 MRI 成像领域一个难点和热点,出现了很多种方法,如图像后处理,导航回波技术,物理限制、特殊采集技术、 $K$ 空间重排序等<sup>[1-2]</sup>。

近年来,由 Pipe<sup>[3]</sup>提出的 PROPELLER (periodically rotating overlapping parallel lines with enhanced

收稿日期:2009-07-07;修回日期:2009-10-03

基金项目:国家自然科学基金项目(50877008)。

第一作者简介:郭红宇(1976—),男,讲师。东北大学中荷生物医学与信息工程学院生物医学工程专业博士研究生,主要研究方向为 MRI 成像技术,医学图像处理。E-mail: guo.hy@neusoft.com。

reconstruction) 采集方式校正运动伪影在临床上已得到广泛应用。PROPELLER MRI 首先连续采集  $K$  空间中心的几行数据, 形成一个“带”, 然后不断增角量旋转这个“带”, 直至覆盖整个  $K$  空间区域。PROPELLER 的采样轨迹不同于传统的逐行扫描填充  $K$  空间。所有“带”在  $K$  空间中心形成一个重叠的圆形区域, 如图 1, 这部分数据可以作为运动校正的“导航”信息, 校正发生在采集不同“带”之间的扫描物体的运动。PROPELLER 技术的关键问题, 一个是提高旋转和平移校正的准确性, 另一个是提高校正后数据的重建图像质量。因为除了水平“带”外, 其他“带”的轨迹是旋转该“带”一定角度后得到的,  $K$  空间的采样点将落在非笛卡儿点上, 属非均匀采样, 因此直接 FFT 的方法不再适用于 PROPELLER 的重建, 可取代的最常用的重建算法是卷积网格化方法。卷积网格方法必须进行采样密度补偿, 而且许多参数需要仔细优化选择, 否则它们都可能成为影响重建图像质量的主要因素。

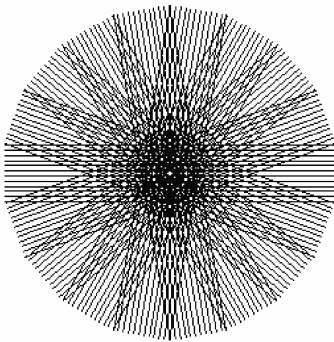


图 1 PROPELLER 采样轨迹

Fig. 1 Trajectory of PROPELLER

本文在分析卷积网格化方法的基础上, 提出使用基于预条件共轭梯度的迭代重建算法对 PROPELLER 采集数据进行重建, 由于该方法无需进行采样密度补偿, 而且需要人为选择的参数也很少, 减少了降低图像质量的可能性。通过仿真数据和实际扫描数据进行验证, 迭代重建算法相比卷积网格化方法提高了重建图像信噪比, 消除了振铃伪影, 并提高了图像的均匀性。

## 1 卷积网格化重建算法

卷积网格化方法就是把非均匀采样数据重采样到笛卡儿网格点上, 然后直接使用 FFT 将数据重建

为图像。为了分析卷积网格化算法存在的缺点。首先对该算法进行简单推导。

函数  $m(r)$  和它对应的傅里叶变换后数据的关系可以表示为

$$M(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} m(r) \exp(-2\pi ikr) dr$$

采样函数可以表示为  $P$  个在位置  $k_m$  的  $\delta$  函数, 即

$$S(k) = \sum_{j=1}^P \delta(k - k_m)$$

于是采样后的  $K$  空间数据可以表示为

$$M_s(k) = M(k)S(k)$$

卷积网格化就是把采样数据  $M_s(k)$  和一个卷积函数  $C(k)$  进行卷积, 然后再均匀采样到笛卡儿网格点上。这个过程其实是一个卷积插值的过程。用数学公式可以表示为

$$M_{scs}(k) = [M_s(k) * C(k)] III(k) = [[MS] * C] III$$

式中  $III$  是均匀采样的函数; 那么相应的重建图像  $m_{scs}$  就是  $M_{scs}(k)$  的反傅里叶变换, 即

$$m_{scs}(r) = \{ [m(r) * s(r)] c(r) \} * III(r) \quad (1)$$

从式(1)可以看到,  $s(x)$  在一定程度上对  $m(x)$  的不可恢复卷叠产生了影响。如果  $M(k)$  没有被充分采样, 那么这种卷叠将无法通过后处理的办法进行恢复。因此必须引入一个密度补偿函数  $\rho(k)$  对  $S(k)$  的非均匀采样密度进行校正。即

$$M_{swcs}(k) = \left\{ \left[ \frac{M_s(k)}{\rho(k)} \right] * C(k) \right\} \cdot III(k) \quad (2)$$

对应的重建后的图像可以通过直接对采样、浓度补偿和卷积后的  $K$  空间数据  $M_{swcs}(k)$  进行 FFT 得到。通过以上分析可以看出, 在卷积网格化算法中有很多参数如卷积函数形状、卷积窗宽度等, 需要被优化选择<sup>[4]</sup>, 否则它们可能成为降低图像质量的主要因素。另外, 密度补偿函数(DCF)也是影响卷积网格重建算法效果的关键因素, 它的计算方法有很多<sup>[5-6]</sup>, Pipe 等人提出使用数值迭代方法进行 PROPELLER 网格重建中的密度补偿函数的计算<sup>[7]</sup>; 也有基于几何的方法, 如 Rasche 提出使用 Voronoi 图计算密度补偿函数<sup>[8]</sup>。然而不论使用哪种方法, 都存在一些弊端。在数值迭代方法中, 每个采样点首先通过卷积的被映射到邻域的笛卡儿坐标点上, 然后把这些点上的采样密度再反分配给采样点, 因为在迭代中没有反卷积可以利用, 从而导致了调制伪影被引入到重建图像中。基于 Voronoi 图的

方法,对于边缘和重复采集点的密度补偿函数的计算非常关键和复杂。

## 2 迭代重建算法

对于一个特定的采样轨迹  $k = k(t)$ , 忽略弛豫和场不均匀的影响, 采集的 MR 信号  $s$  和成像物  $f(\mathbf{r})$  的关系为

$$s(k_i) = \int_{\text{FOV}} f(\mathbf{r}) e^{-2\pi i \mathbf{r}^k} d\mathbf{r} \quad (3)$$

MR 重建的目的就是为了从一系列的  $M$  个噪声采样数据  $y_i$  中估计物体  $f(\mathbf{r})$  [9]

$$y_i = s(k_i) + \varepsilon_i \quad (4)$$

可以选择基函数离散化  $f(\mathbf{r})$ , 通常选择基函数为矩形或三角形函数, 则

$$f(\mathbf{r}) \approx \sum_{j=1}^N x_j p(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) \quad (5)$$

其中  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_N)$  是离散化的系数向量。

将式(5)代入式(3)得到

$$\begin{aligned} s(k_i) &= \int_{\text{FOV}} \left[ \sum_{j=1}^N x_j p(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) \right] e^{-i2\pi \mathbf{r}^k} d\mathbf{r} = \\ &= \sum_{j=1}^N \left[ \int_{\text{FOV}} p(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) e^{-i2\pi \mathbf{r}^k} d\mathbf{r} \right] x_j = \\ &= \sum_{j=1}^N a_{ij} x_j \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $a_{ij} = P(\mathbf{k}_i) e^{-i2\pi \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_j}$ ,  $P(\mathbf{k})$  是  $p(\mathbf{r})$  的傅里叶变换。然后将式(6)代入式(4), 并用矩阵-向量形式可表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \varepsilon \quad (7)$$

这里,  $\mathbf{A}$  称为系统矩阵。于是 MRI 重建问题转化为从测量的噪声采样数据  $\mathbf{y}$  中求系数矩阵的过程。对于式(7), 已知  $\mathbf{y}$  的情况下, 为了求得  $\mathbf{x}$ , 可以利用最小二乘估计的方法来求解, 即最小化代价函数  $\Psi(\mathbf{x})$  来得到  $\mathbf{x}$  的最优估计  $\hat{\mathbf{x}}$ , 即

$$\hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin} \Psi(\mathbf{x}) \quad (8)$$

式中

$$\Psi(\mathbf{x}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\| \quad (9)$$

因为 MRI 中主要的噪声是高斯分布的复数白噪声 [10], 为了控制最小二乘方法中的噪声, 调整传统最小二乘法中的代价函数式(9)为惩罚加权最小二乘代价函数

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_{\mathbf{W}}^2 + \beta \mathbf{R}(\mathbf{x}) = \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x})' \mathbf{W} (\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}) + \beta \mathbf{R}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (10)$$

在该代价函数中引入了正则项  $\mathbf{R}(\mathbf{x})$  作为惩罚项。对于二次正则化算子, 正则项可以取为

$$\mathbf{R}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{C}\mathbf{x}\|^2$$

式中  $\mathbf{C}$  取为邻域像素的差值。

为了计算式(10), 本文采用预条件共轭梯度 (PCG) 算法迭代计算得到。PCG 算法的步骤如下:

1) 初始化

$$\mathbf{g}^{(0)} = -\nabla' \Psi(\mathbf{x})$$

$$\mathbf{p}^{(0)} = M\mathbf{g}^{(0)}$$

$$\mathbf{d}^{(0)} = \mathbf{p}^{(0)}$$

2) 对于  $k = 1, 2, \dots$  进行迭代计算

$$\mathbf{g}^{(k)} = -\nabla' \Psi(\mathbf{x}^{(k)})$$

$$\mathbf{p}^{(k)} = M\mathbf{g}^{(k)}$$

$$\gamma_k = \begin{cases} 0 & k = 1 \\ \frac{(\mathbf{g}^{(k)}, \mathbf{p}^{(k)})}{(\mathbf{g}^{(k-1)}, \mathbf{p}^{(k-1)})} & k > 1 \end{cases}$$

$$\mathbf{d}^{(k+1)} = \mathbf{p}^{(k)} + \gamma_k \mathbf{d}^{(k)} \quad (\text{搜索方向})$$

$$\alpha_k = \frac{(\mathbf{d}^{(k)}, \mathbf{g}^{(k)})}{(\mathbf{d}^{(k)}, \mathbf{H}\mathbf{d}^{(k)})}$$

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \alpha_k \mathbf{d}^{(k)}$$

可以通过下式计算代价函数  $\Psi(\mathbf{x})$  的梯度

$$\begin{aligned} \nabla' \Psi(\mathbf{x}) &= -\mathbf{A}'\mathbf{W}(\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}) + \mathbf{R}'(\mathbf{x}) = - \\ &= \mathbf{A}'\mathbf{W}(\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}) + \mathbf{C}'\mathbf{C}\mathbf{x} = \\ &= \mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{A}'\mathbf{W}\mathbf{y} \end{aligned} \quad (11)$$

式中  $\mathbf{H} = \mathbf{A}'\mathbf{W}\mathbf{A} + \mathbf{C}'\mathbf{C}$ 。

需要注意的是, 在 PCG 算法每次的迭代过程中, 都要计算  $\mathbf{A}\mathbf{x}$  和  $\mathbf{A}'\mathbf{v}$  ( $\mathbf{v} = \mathbf{W}\mathbf{y}$  或  $\mathbf{v} = \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{x}$ ), 而在 PROPELLER MRI 采集中总的采样点数目非常大, 一般都在  $10^5$  以上。因此这些矩阵向量乘法的计算都是非常费时的, 为了提高迭代算法的效率, 我们采用 NUFFT 加速计算。NUFFT 是对非均匀分布数据进行傅里叶变换的快速算法, 本质上 NUFFT 是计算矩阵-向量乘积的快速方法。经过近几年的发展, 它已取得了较好的性能。本文使用 Fessler 提出的用 min-max 作为插值算子的 NUFFT 算法 [11]。

## 3 结果

为了验证迭代算法对于 PROPELLER 重建的有效性, 使用 Shepp-logan 数字水模和实际扫描数据进行了实验, 其中迭代算法中使用的 NUFFT 过采样系数为 2, 邻域插值的宽度为  $6 \times 6$ 。

### 3.1 Shepp-Logan 水模仿真数据

首先根据 PROPELLER 采样轨迹, 并利用 Rik<sup>[12]</sup> 提供的方法得到 Shepp-Logan 水模对应的 PROPELLER  $K$  空间数据。仿真中使用的 PROPELLER 有 17 个“带”, 带宽为 24 行, 每行的采样点数为 512。然后分别用卷积网格化方法和迭代方法对采样数据进行重建。卷积网格化方法中, 密度函数补偿函数的计算使用数字迭代的方法(简称为 ICG)和基于 Voronoi 图的方法(简称为 VCG), 卷积核宽度为 3, 卷积函数使用 Kaiser-Bessel 函数。从重建后的图像看出, 迭代重建方法相比两种卷积网格方法, 具有更小的振铃伪影和较小的边缘震荡。为了定量比较几种方法, 使用重建图像的灰度分布曲线和重建图像与理论图像间的归一化均方根误差来衡量。图 2 和图 3 分别显示了各种算法的重建图像和图像的中间行数据的灰度分布曲线。表 1 列出了不同重建方法的均方根误差。从结果可以看出迭代方法在较小的迭代次数下已经有较小的均方根误差, 说明算法的性能更好。

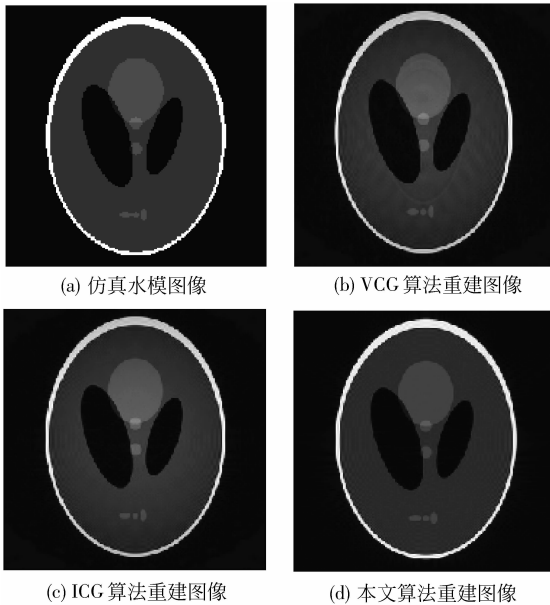


图 2 仿真数据重建结果

Fig. 2 Reconstructed image of ideal simulate data

表 1 不同算法的 RMS 和计算时间比较

Tab. 1 The RMS and computation time of various method

算法 (#: 迭代次数)	均方根误差	计算时间/s
ICG 算法	0.110 86	0.175 3
VCG 算法	0.190 24	0.174 7
迭代算法 (#: 8)	0.068 96	2.261 9
迭代算法 (#: 20)	0.047 52	2.910 9

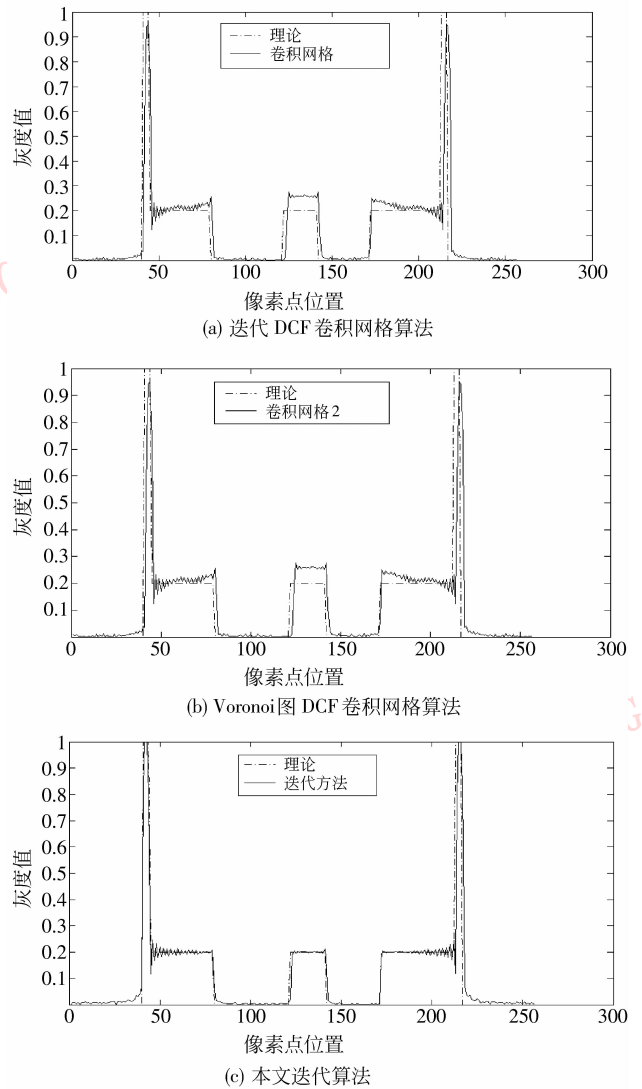


图 3 重建图像的灰度分布曲线

Fig. 3 Profile of reconstructed image

### 3.2 水模扫描数据

在 Philips-Neusoft 的 SPARKLER 1.5T MRI 上对均匀的硫酸铜水模行 PROPELLER 序列扫描, 扫描参数 ( $FOV = 200 \text{ mm}$ ,  $TR/TE = 3\ 800/108$ ,  $ETL = 24$ ,  $\text{matrix size} = 256 \times 256$ ,  $NAV = 1$ )。然后对扫描得到的数据分别使用迭代 DCF 的卷积网格算法和本文的迭代算法进行重建。图 4 显示了两种方法的重建图像及其中间行灰度分布曲线。从重建结果看, 迭代方法重建的图像更加均匀和平滑, 尤其在卷积网格重建图像的中心有明显的振铃伪影和峰值信号, 这正是由密度补偿过程引起的, 而迭代方法重建图像具有更小的振铃伪影且更加均匀。

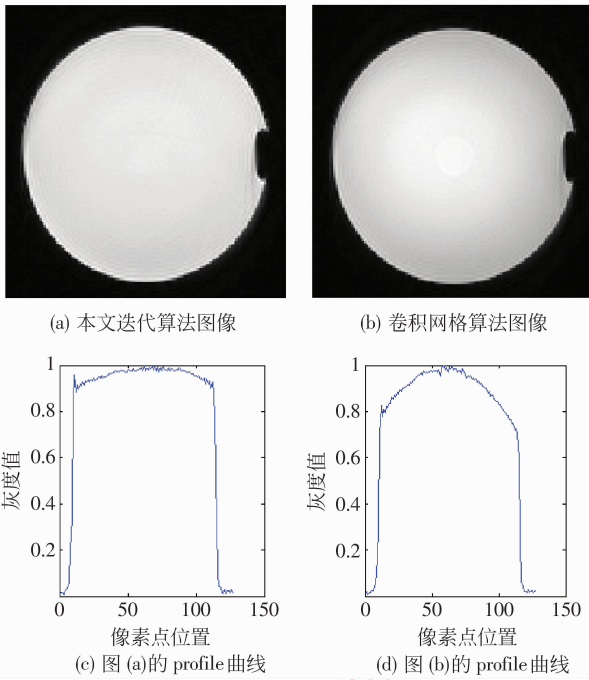


图 4 水模扫描数据重建结果  
Fig. 4 Reconstruction result of phantom data

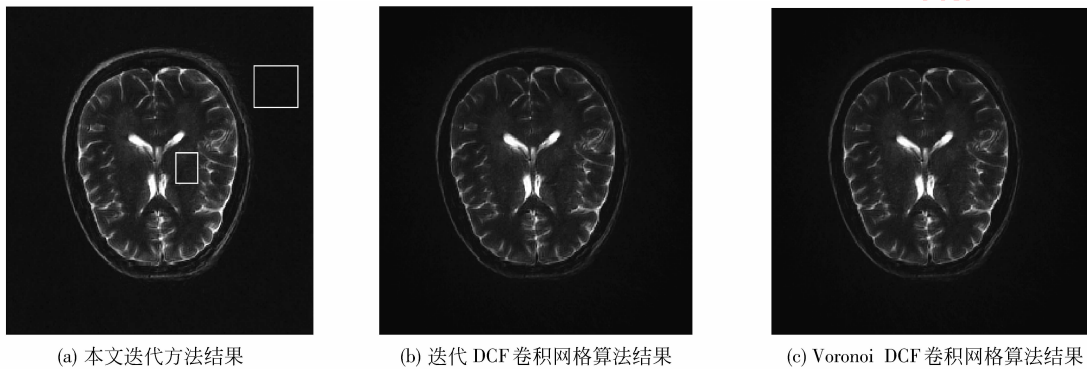


图 5 自愿者头部扫描重建结果  
Fig. 5 Reconstructed images from in vivo brain data

## 4 结 论

迭代重建算法,从 MRI 采集信号表达式出发,利用加权预条件共轭梯度算法,迭代最小化代价函数,从而来得到最优的重建图像。本文将该方法用于 PROPELLER 扫描数据的重建,由于无需进行采样密度的计算,而且避免了很多参数的选择,因此重建图像具有更高的 SNR,更好的图像均匀性,而且减少了振铃伪影。不足的是本文迭代算法相对卷积网格方法计算效率相对较低,在迭代算法中每次迭代的计算复杂度为  $O(\alpha N \log(\alpha N) + MJ^2)$ ,而卷积

## 3.3 in vivo 扫描数据

在 Philips-Neusoft 公司的 SPARKLER 1.5T MRI 上使用 PROPELLER 序列扫描自愿者头部,为了单独验证重建算法的性能,自愿者在扫描期间保持头部静止。扫描参数 ( $FOV = 250 \text{ mm}$ ,  $TR/TE = 3800/128$ ,  $ETL = 32$ ,  $matrix \ size = 256 \times 256$ ,  $NAV = 2$ )。对扫描数据分别使用两种卷积网格算法和本文迭代算法(迭代 20 次)进行重建。对重建图像计算指定 ROI 内的信噪比,其中指定的 ROI 在图像上用白色矩形框表示。图 5 和表 2 中的结果显示本文迭代算法重建的图像具有更高的信噪比(SNR),图像细节显示更清楚。

表 2 图 5 图像 SNR 比较  
Tab. 2 The SNR of image in Fig. 5

算法	SNR
迭代 DCF 的卷积网格算法	33.9
Voronoi 图 DCF 的卷积网格算法	35.7
迭代算法	43.2

网格方法的总的计算复杂度为  $O(\alpha N \log(\alpha N) + Mq^2)$ ,其中  $M, N, J, \alpha, q$  分别是采样点数,重建图像的像素个数,NUFFT 中邻域插值的宽度,NUFFT 及卷积网格方法中的过采样比例,以及卷积网格中的卷积核宽度。但是可以通过预计算以及硬件加速等方法来进一步提高迭代重建算法的计算速度。下一步工作将集中在这个问题的解决上。

## 参考文献 (References)

[ 1 ] Dold C, Zaitsev M, Speck O, et al. Prospective head motion compensation for MRI by updating the gradients and radio[C]//

- International Conference on Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention. San Jose, CA, USA: Lecture Notes on Computer Science, 2005:482-489.
- [ 2 ] General Leung, Plewes D B. Retrospective motion compensation using variable-density spiral trajectories[J]. Journal of Magnetic Resonance Imaging, 2005, 22(3):373-380.
- [ 3 ] Pipe J G. Motion correction with PROPELLER MRI :application to head motion and free-breathing cardiac imaging[J]. Magnetic Resonance in Medicine, 1999, 42 (5):963-969.
- [ 4 ] Jackson J I, Meyer C H, Nishimura D G, et al. Selection of a convolution function for fourier inversion using gridding [ J ]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1991, 10 (3): 473-478.
- [ 5 ] Sedarat H, Nishimura D G. On the optimality of the gridding reconstruction algorithm [ J ]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2000,19(4):306-17.
- [ 6 ] Wajer F T A W, Lethmate R, van Osch J, et al. Interpolation from arbitrary to cartesian sample positions: Gridding [ C ]// Proceedings of the ProRISC/IEEE Workshop. Veldhoven, the Netherlands; IEEE Benelux, 2000: 571-577.
- [ 7 ] Pipe J G, Menon P. Sampling density compensation in MRI: Rationale and an iterative numerical solution [ J ]. Magnetic Resonance in Medicine, 1999, 41(1): 179-186.
- [ 8 ] Rasche V, Proksa R, Börner R S P, et al. Resampling of data between arbitrary grids using convolution interpolation[J]. IEEE Transactions on Medical Imaging,1999,18(5):385-392.
- [ 9 ] Sutton B P, Noll D, Fessler J A. Fast, iterative image reconstruction for MRI in the presence of field inhomogeneities [ J ]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2003, 22 (2): 178-188.
- [10] Haacke E M, Brown R W, Thompson M R, et al. MRI: Physical Principles and Sequence Design[M]. New York: John Wiley and Sons, 1999.
- [11] Fessler J A, Sutton B P. Nonuniform fast fourier transforms using min-max interpolation [ J ]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(2): 560-574.
- [12] Van de Walle R, Barret H H, Myers K J, et al. Reconstruction of MR images from data acquired on a general nonregular grid by pseudoinverse calculation [ J ]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2000,19(12):1160-1167.